

# Successione di Recamán

## Presentazione

Gaia Benvenuto

18 aprile 2020

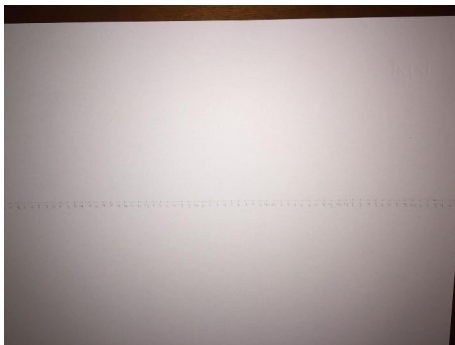
# La storia di Bernardo Recamán Santos



Bernardo Recamán Santos nacque a Bogotá in Colombia il 5 agosto 1954. Fu un matematico noto per molti dei suoi libri come *Mettimi su un problema*, *Numbers* e *Una storia da raccontare* e per **La successione di Recamán**. Nel corso della sua vita ha lavorato in varie parti del mondo come lo Swaziland, ha studiato al Colegio San Carlos di Bogotá e infine ha studiato matematica all'Università di Warwick, in Inghilterra.

# Come fare la successione di Recamán

Per cominciare disegniamo su un foglio una linea e segniamo dei puntini numerati alla stessa distanza



Successivamente, con l'aiuto di un compasso cominciamo ad unire i puntini numerati tracciando dei semicerchi. Uniamoli secondo quest'ordine:

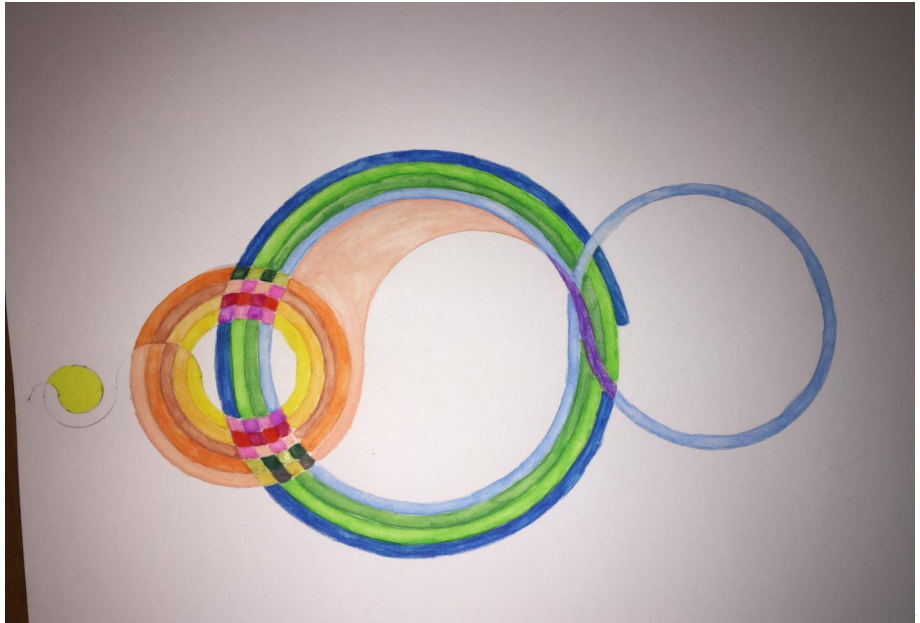
0, 1, 3, 6, 2, 7, 13, 20, 12, 21, 11, 22, 10, 23, 9, 24, 8, 25, 43, 62, 42, 63, 41, 18, 42, 17, 43, 16, 44, 15, 45, 14, 46, 79, 113, 78, 114, 77, 39, 78, 38, 79, 37, 80, 36, 81, 35, 82, 34, 83, 33, 84, 32, 85, 31, 86, 30, 87, 29, 88, 28, 89, 27, 90, 26, 91, 157, 224, 156, 225, 155, ...

**La successione di Recamán è definita da questa formula:**

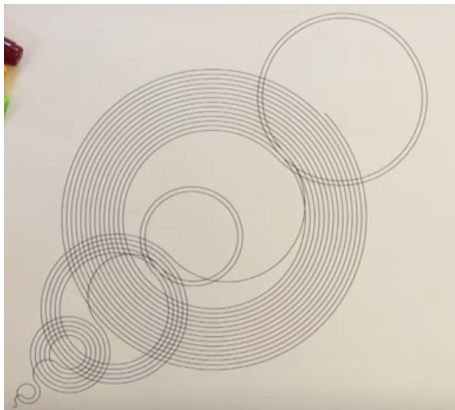
$$a_n = \begin{cases} 0 & \text{se } n = 0 \\ a_{n-1} - n & \text{se } a_{n-1} - n > 0 \text{ e non appartiene già alla successione} \\ a_{n-1} + n & \text{altrimenti} \end{cases}$$



Infine cancellate la linea numerata e, se desiderate, è possibile decorarla a piacimento.



Le immagini riportate nelle *slide* precedenti sono solo una piccola parte della successione di Recamán, questa è la rappresentazione più conosciuta ma si può continuare seguendo la formula riportata prima.



# La successione di Recamàn

## Presentazione

Marco Botosso

18 aprile 2020



# Un po' di storia

## Quando nasce?

La successione di Bernardo Recamàn, un insegnante colombiano, venne inventata da lui nel 1991.

## Altre informazioni

Su YouTube sono presenti svariati video che spiegano come funzioni, uno tra questi parla anche dell'enciclopedia OEIS (The Online Encyclopedia of Integer Sequences) che contiene moltissime successioni, compresa quella di Recamàn. All'interno di questo sito, si può accedere a moltissime informazioni e curiosità, tra cui riprodurre il suono relativo alla successione. Al 25 gennaio 2018, i primi 13 numeri mancanti sono 852 655, 930 058, 930 557, 964 420, 966 052, 966 727, 969 194, 971 330, 971 626, 971 866, 972 275, 972 827, 976 367. Di seguito alcune immagini relative all'enciclopedia.

# Immagine relativa alla schermata home dell'OEIS.

14:09 Lun 13 apr

oeis.org

66%

[login](#)

*The OEIS Foundation* is supported by donations from users of the OEIS and by a grant from the Simons Foundation.

0 1 3 6 2 7  
: 13  
: 20  
23 12  
10 22 11 21

THE ON-LINE ENCYCLOPEDIA  
OF INTEGER SEQUENCES®

founded in 1964 by N. J. A. Sloane

## The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences® (OEIS®)

Enter a sequence, word, or sequence number:

Recamar

Search

[Hints](#) [Welcome](#) [Video](#)

For more information about the Encyclopedia, see the [Welcome](#) page.

**Languages:** [English](#) [Shqip](#) [العربية](#) [Bangla](#) [Български](#) [Català](#) [中文 \(正體字, 简化字 \(1\), 简化字 \(2\)\)](#)  
[Hrvatski](#) [Čeština](#) [Dansk](#) [Nederlands](#) [Esperanto](#) [Eesti](#) [فارسی](#) [Suomi](#) [Français](#) [Deutsch](#) [Ελληνικά](#) [ગુજરાતી](#) [עברית](#)  
[हिंदी](#) [Magyar](#) [Igbo](#) [Bahasa Indonesia](#) [Italiano](#) [日本語](#) [ಕನ್ನಡ](#) [한국어](#) [Lietuvių](#) [मराठी](#) [Bokmål](#) [Nynorsk](#) [Polski](#) [Português](#)  
[Română](#) [Русский](#) [Српски](#) [Slovenščina](#) [Español](#) [Svenska](#) [Tagalog](#) [தமிழ்](#) [Türkçe](#) [Українська](#) [اڙيو](#) [Tiếng Việt](#) [Cymraeg](#)

[Lookup](#) | [Welcome](#) | [Wiki](#) | [Register](#) | [Music](#) | [Plot 2](#) | [Demos](#) | [Index](#) | [Browse](#) | [More](#) | [WebCam](#)  
[Contribute new seq. or comment](#) | [Format](#) | [Style Sheet](#) | [Transforms](#) | [Superseeker](#) | [Recent](#)  
[The OEIS Community](#) | Maintained by [The OEIS Foundation Inc.](#)

[License Agreements](#), [Terms of Use](#), [Privacy Policy](#).

Last modified April 12 08:02 EDT 2020. Contains 323480 sequences. (Running on oeis4.)

# Immagine relativa alla pagina di ricerca della successione di Recamàn.

14:09 Lun 13 apr

Vista Reader disponibile

66%

[login](#)

*The OEIS Foundation* is supported by donations from users of the OEIS and by a grant from the Simons Foundation.

0 1 3 6 2 7  
: 13  
: 20  
23 15  
10 22 11 21

THE ON-LINE ENCYCLOPEDIA  
OF INTEGER SEQUENCES®

founded in 1964 by N. J. A. Sloane

Recaman

Search

[Hints](#)

(Greetings from [The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences!](#))

Search: **recaman**

Displaying 1-10 of 176 results found.

page 1 [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) [7](#) [8](#) [9](#) [10](#) ... [18](#)

Sort: relevance | [references](#) | [number](#) | [modified](#) | [created](#) Format: long | [short](#) | [data](#)

[A005132](#)

**Recamán's sequence** (or **Recaman's sequence**):  $a(0) = 0$ ; for  $n > 0$ ,  $a(n) = a(n-1) - n$  if positive and not already in the sequence, otherwise  $a(n) = a(n-1) + n$ .

(Formerly M2511)

0, 1, 3, 6, 2, 7, 13, 20, 12, 21, 11, 22, 10, 23, 9, 24, 8, 25, 43, 62, 42, 63, 41, 18, 42, 17, 43, 16, 44, 15, 45, 14, 46, 79, 113, 78, 114, 77, 39, 78, 38, 79, 37, 80, 36, 81, 35, 82, 34, 83, 33, 84, 32, 85, 31, 86, 30, 87, 29, 88, 28, 89, 27, 90, 26, 91, 157, 224, 156, 225, 155 (list; graph; refs; listen; history; text; internal format)

OFFSET 0,3

COMMENTS

The name "**Recamán's sequence**" is due to [N. J. A. Sloane](#), not the author! I conjecture that every number eventually appears - see [A057167](#), [A064227](#), [A064228](#) - [N. J. A. Sloane](#). That was written in 1991. Today I'm not so sure that every number appears. - [N. J. A. Sloane](#), Feb 26 2017  
As of Jan 25 2018, the first 13 missing numbers are 852655, 930058, 930557, 964420, 966052, 966727, 969194, 971330, 971626, 971866, 972275, 972827, 976367, ... For further information see the "Status Report" link. - [Benjamin Chaffin](#), Jan 25 2018  
From [David W. Wilson](#), Jul 13 2009: (Start)  
The sequence satisfies [1]  $a(n) \geq 0$ , [2]  $|a(n) - a(n-1)| = n$ , and tries to

# Immagine relativa alla pagina di ascolto della successione.

13:57 Lun 13 apr

oeis.org

68%

[The OEIS Foundation](#) is supported by donations from users of the OEIS and by a grant from the Simons Foundation.

0 1 3 6 2 7  
: 13  
: 20  
23 12  
10 22 11 21

THE ON-LINE ENCYCLOPEDIA  
OF INTEGER SEQUENCES®

founded in 1964 by N. J. A. Sloane

[Hints](#)  
(Greetings from [The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences!](#))

## Play a Sequence

Sequence:	<input type="text" value="A005132"/>
Rate (quarter-notes/min, 1-4096):	<input type="text" value="100"/>
Volume (1-127):	<input type="text" value="100"/>
Instrument:	<input type="text" value="1. Acoustic Grand Piano"/>
Attack velocity (1-127):	<input type="text" value="80"/>
Release velocity (1-127):	<input type="text" value="80"/>
Pitch modulus (1-128):	<input type="text" value="88"/>
Pitch offset (0-128):	<input type="text" value="20"/>
Duration modulus (1-5):	<input type="text" value="1"/>

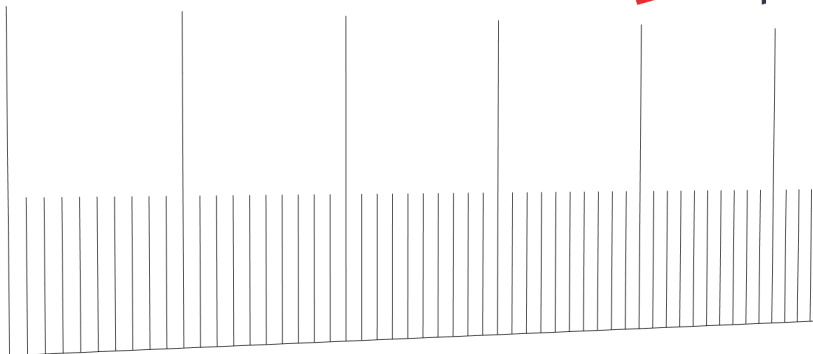
# Come funzione e come realizzarla?

Nella rappresentazione della successione, si utilizza la regola del sottrarre se possibile, se e solo se si ottenga un numero positivo che non sia stato già utilizzato, altrimenti si somma.

- 1 Disegniamo su un foglio o al computer una linea numerica;
- 2 applichiamo la regola citata prima del sottrarre se possibile, altrimenti sommare;
- 3 i primi numeri sono questi: 0, 1, 3, 6, 2, 7, 13, 20, 12, 21, 11, 22, 10, 23, 9, 24, 8, 25, 43, 62, 42, 63, 41, 18, 42, 17, 43, 16, 44, 15, 45, 14, 46, 79, 113, 78, 114, 77, 39, 78, 38, 79, 37, 80, 36, 81, 35, 82, 34, 83, 33, 84, 32, 85, 31, 86, 30, 87, 29, 88, 28, 89, 27, 90, 26, 91, 157, 224, 156, 225, 155;
- 4 tracciamo con il compasso o con lo strumento relativo del programma che si sta utilizzando, congiungendo i numeri ottenuti prima;
- 5 concludiamo dove desideriamo, cancellando le linee di costruzione;
- 6 procediamo alla colorazione della successione.

# Immagine della linea numerica.

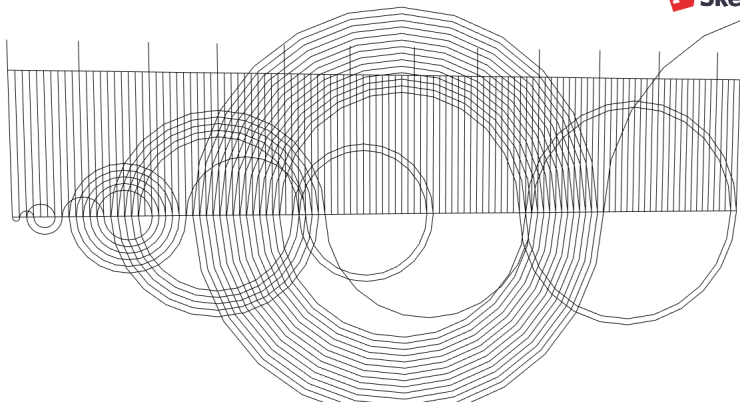
Questa è quella da me realizzata con il programma SketchUp, in cui non sono riportati i numeri, ma semplicemente le posizioni a essi riferiti. Le linee verticali più lunghe rappresentano i numeri: 0, 10, 20, 30, 40 e così via.



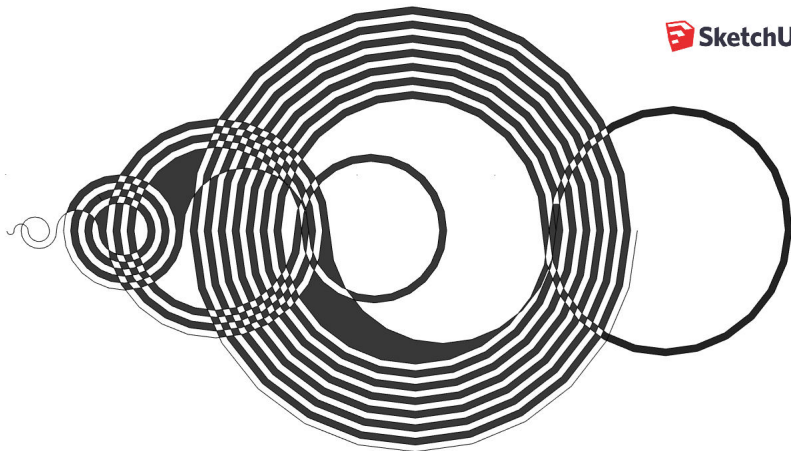
# Immagine della successione di Recamàn ottenuta con la linea numerica.

Questa, realizzata sempre con lo stesso programma, è ciò che si ottiene congiungendo i vari numeri con la funzione semicerchio di SketchUp.

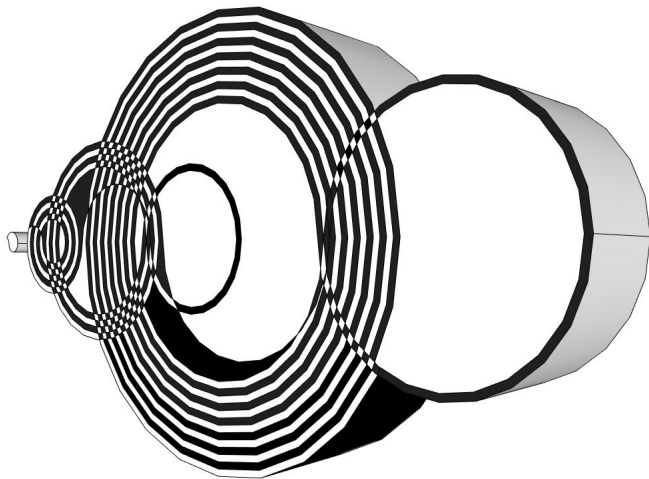
 SketchUp



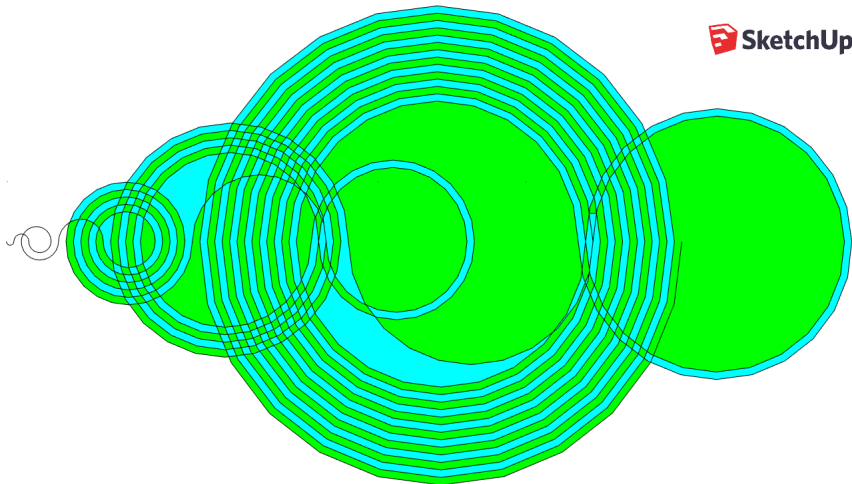
Nelle prossime pagine ci sono le successioni di Recamàn che ho realizzato con coloriture differenti, in 2D on in 3D.

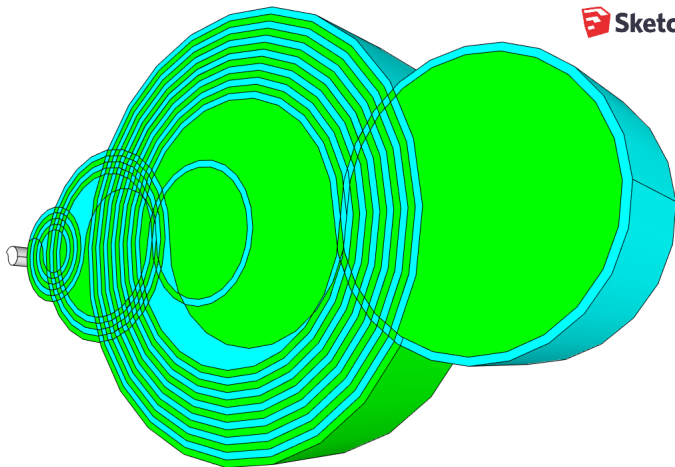


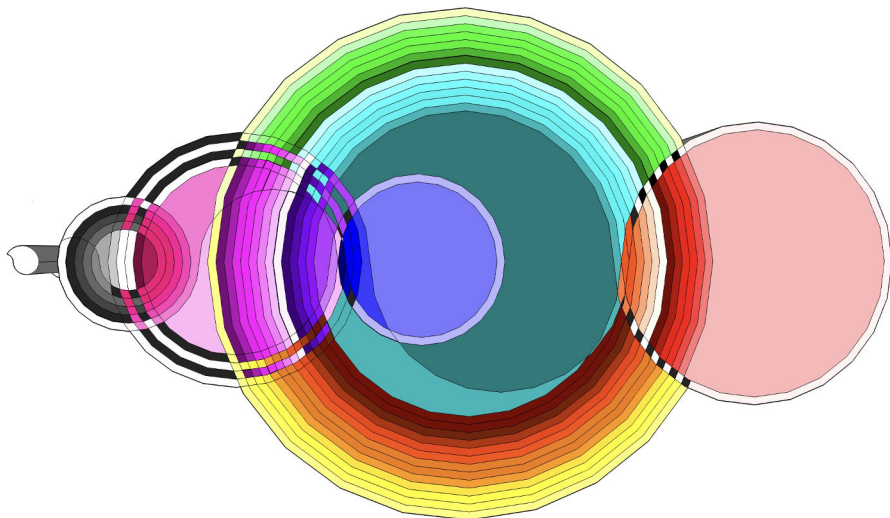




 SketchUp







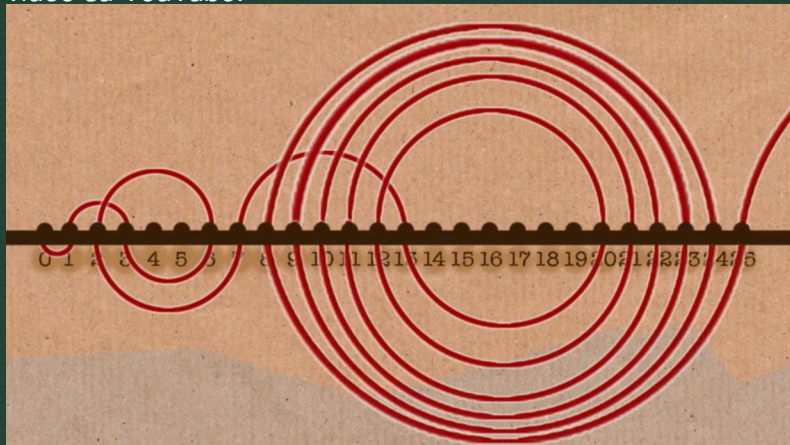
# LA SEQUENZA DI BERNARDO RECAMAN

Marco Botosso

12 APRILE 2020



*La sequenza è facilmente spiegabile e rappresentabile tramite una linea numerica, come quella rappresentata di seguito, tratta da un video su YouTube.*



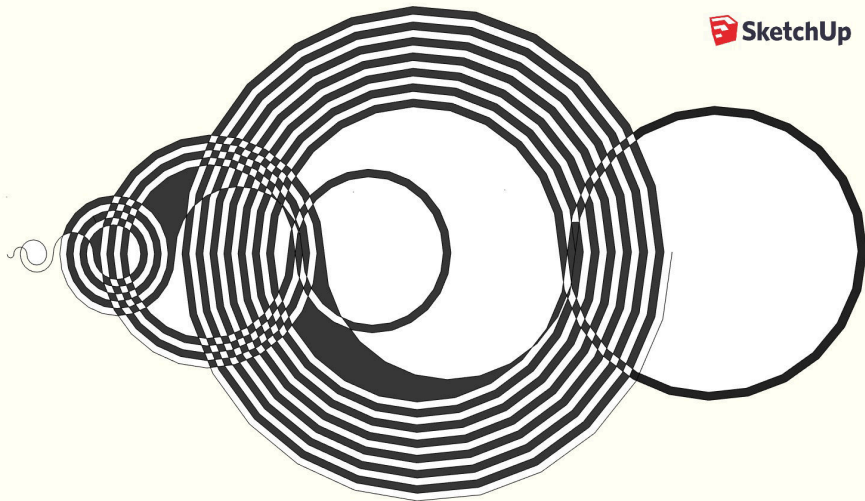
*Fu inventata, come viene riportato nell'enciclopedia delle sequenze nominata nello stesso video citato prima, nel 1991 e non si è sicuri che possa contenere un numero infinito di numeri.*

*Al 25 gennaio 2018, i primi 13 numeri mancanti sono 852655, 930058, 930557, 964420, 966052, 966727, 969194, 971330, 971626, 971866, 972275, 972827, 976367.*

*Nella rappresentazione della sequenza, si utilizza la regola del sottrarre se possibile e se e solo se si ottenga un numero positivo che non sia stato già utilizzato, altrimenti si somma.*

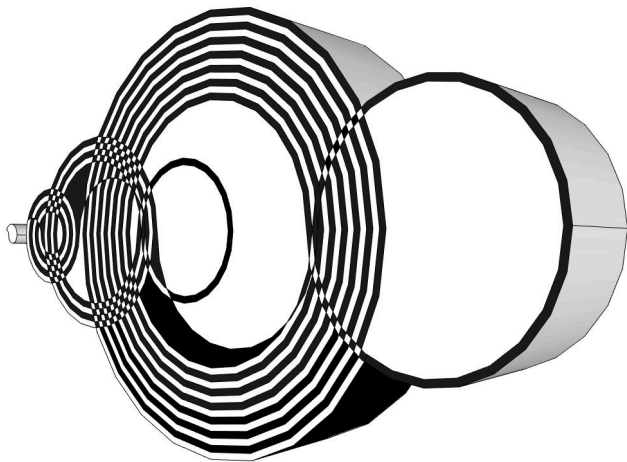
*Di seguito alcune rappresentazioni della sequenza di Recamàn, da me realizzate con il programma "Sketchup".*

*Questa è una rappresentazione della sequenza di Recamàn, realizzata in 2D, coi colori bianco e nero su Sketchup.*

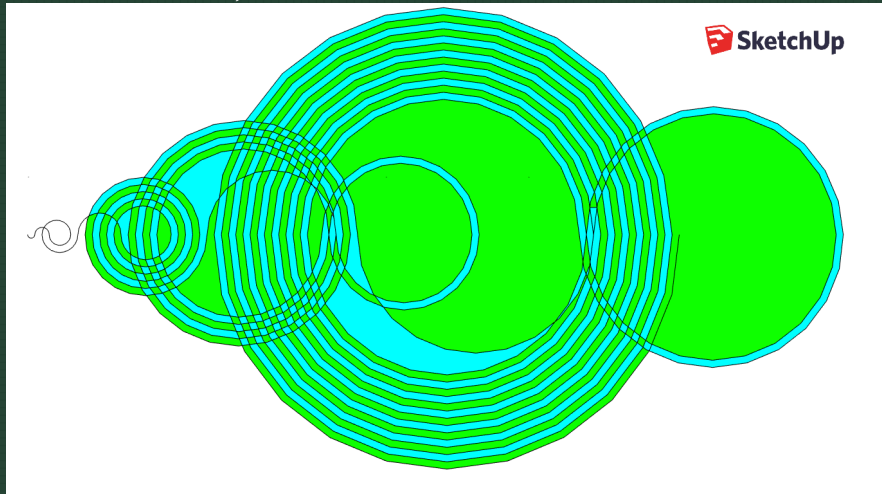




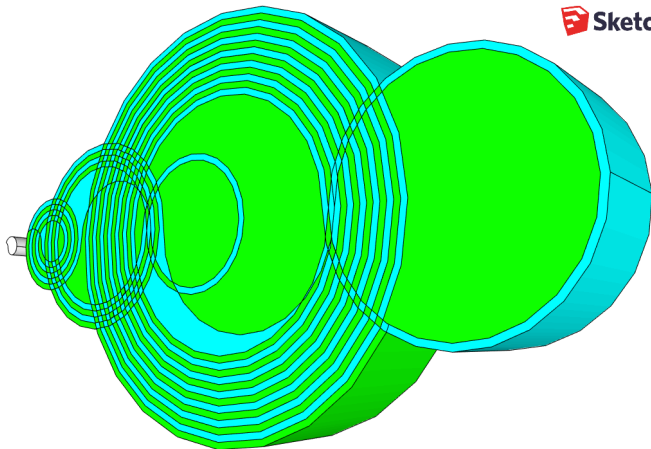
*Questo invece è sempre lo stesso modello, realizzato in 3D con l'apposito comando di Sketchup.*



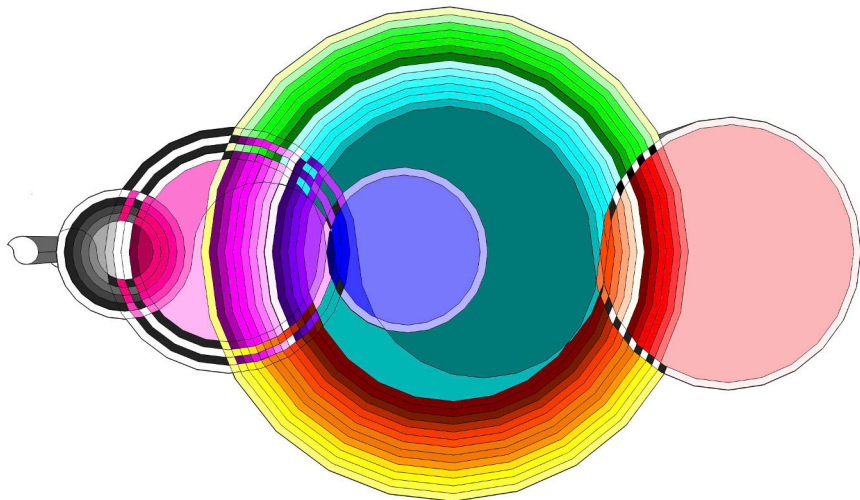
*Questo è la stessa sequenza realizzata con colori differenti, con l'azzurro e il verde, in 2D.*



*Questa è la sequenza precedente, realizzata in 3D.*



*Quest'ultima immagine, realizzata sempre con Sketchup, l'ho fatta con più colori e solo in 3D.*



# La successione di Recamán

Un disegno semplice con un effetto sbalorditivo

Diego Colonnello

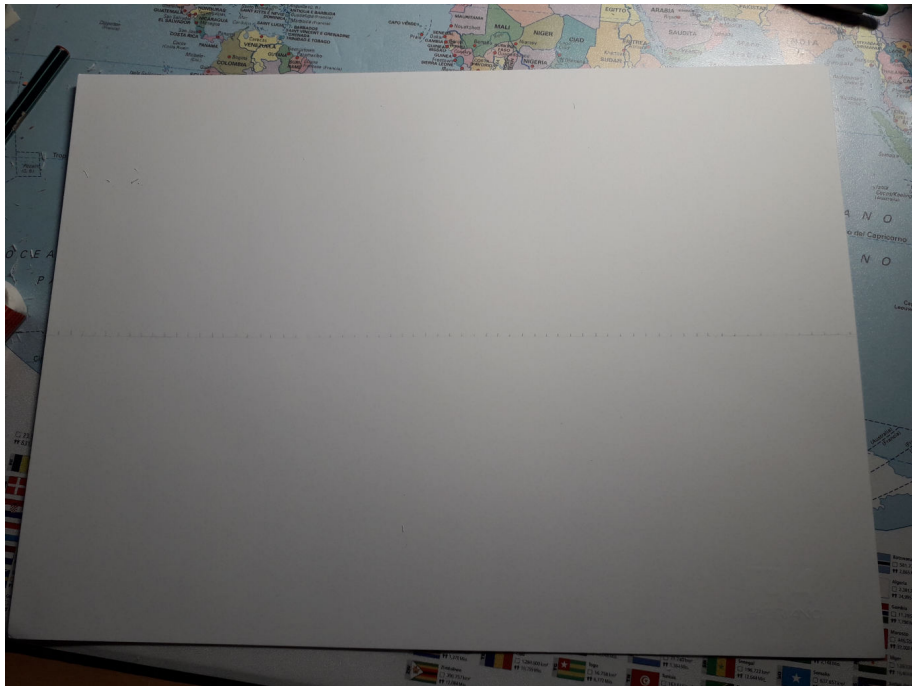
18 aprile 2020

# Iniziamo dall'inizio

## Linee di costruzione

La prima cosa da fare è tracciare una linea parallela ai lati orizzontali del foglio al centro di esso. Dev'essere più lunga possibile e divisa in tante parti molto piccole da dei trattini, volendo numerati.

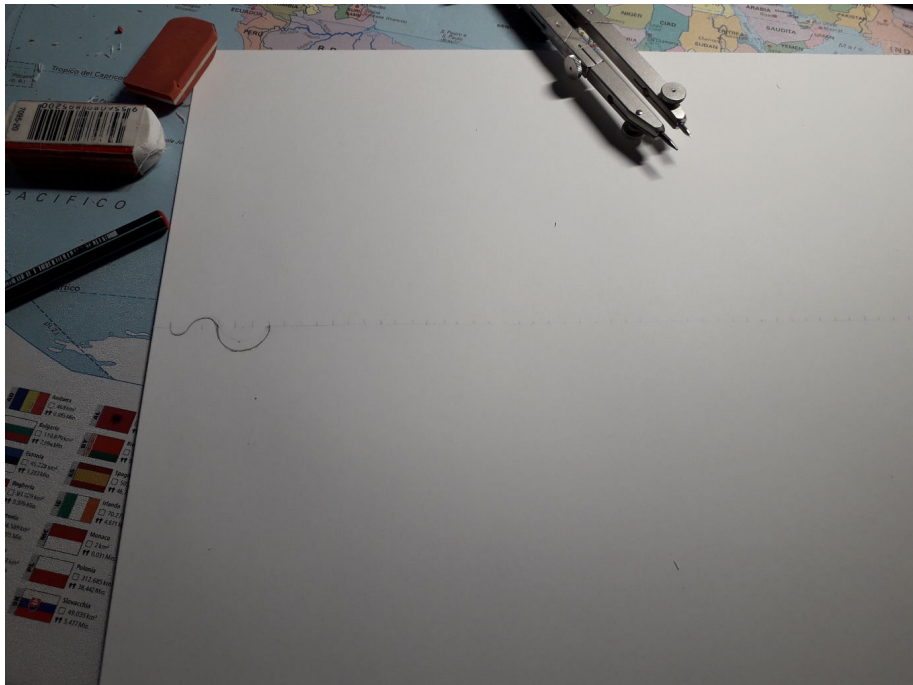
**Attenzione:** Queste sono linee di costruzione e vanno perciò tenute leggere.



## Come procedere

Partendo dal punto 0, tracciare con il compasso dei semicerchi con il diametro ogni volta più lungo di una tacchetta. Dirigere questi archi indietro quando possibile, quando no avanti.



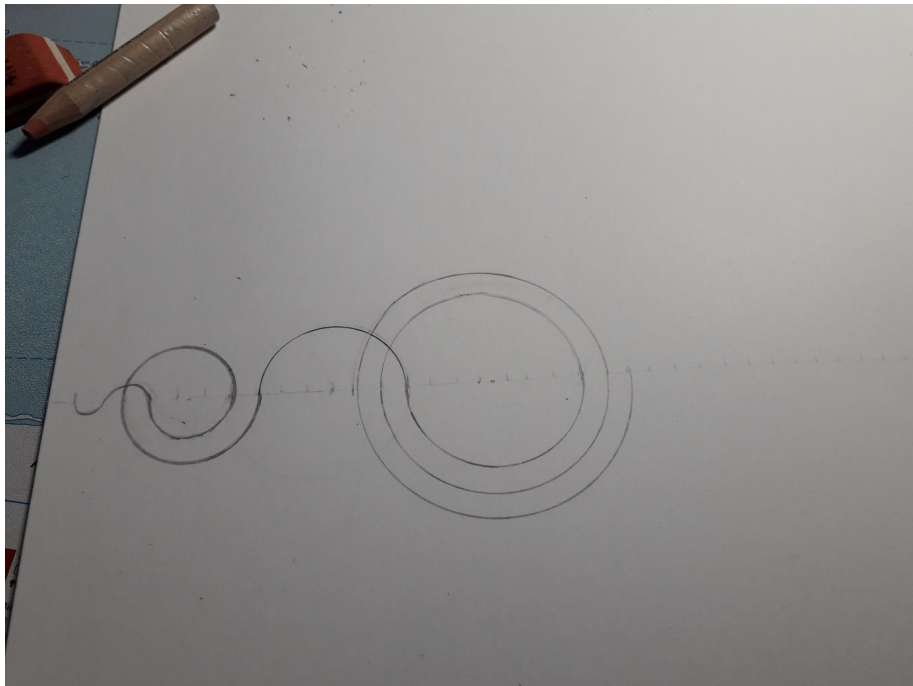


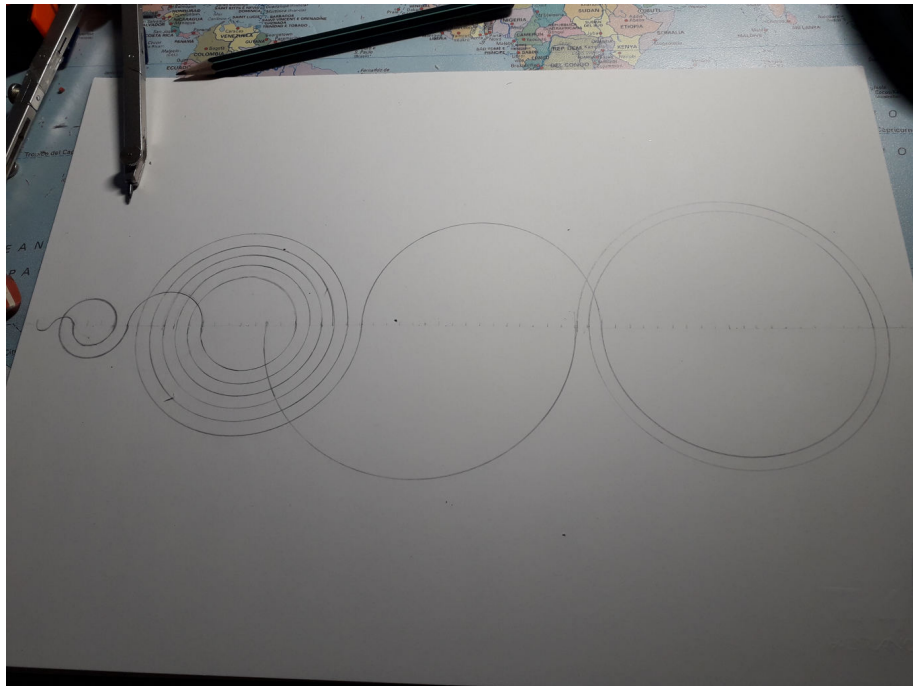
## Poi...

Andare avanti finché possibile, riempiendo tutta la linea orizzontale creata inizialmente.

## Niente panico se...

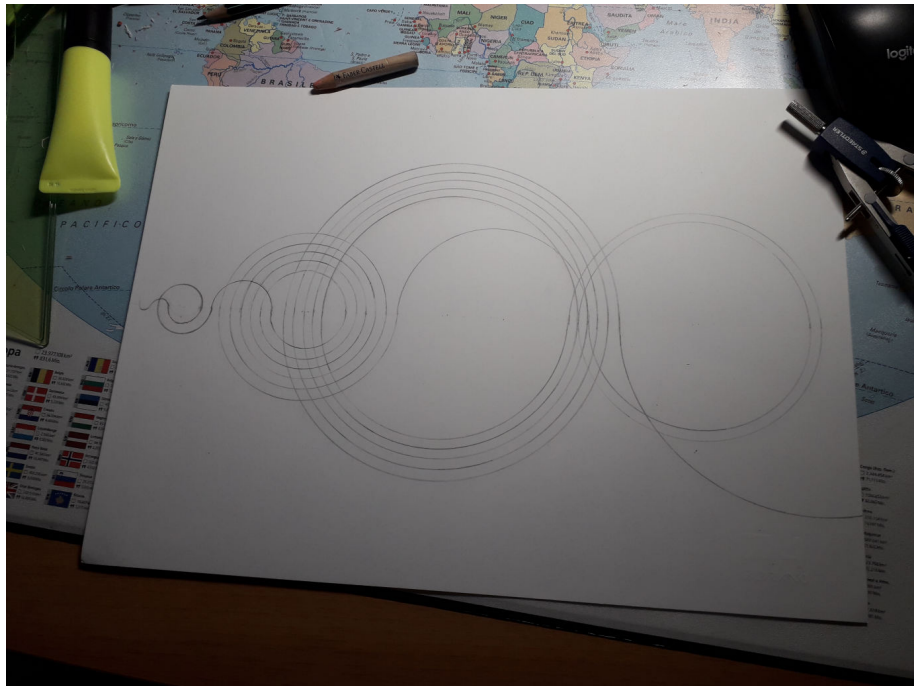
- 1 lo spazio sembra quasi finito dopo poco: appena ci sarà la possibilità di fare un arco diretto indietro, lo spazio sarà nuovamente sufficiente per continuare ancora molto;
- 2 la tacchetta desiderata sia indietro che avanti è già occupata: in quel caso si va avanti, non importa se due archi avranno inizio l'inizio o la fine in comune;
- 3 i semicerchi non sono precisissimi: le piccole imperfezioni verranno poi nascoste quando il disegno sarà colorato.





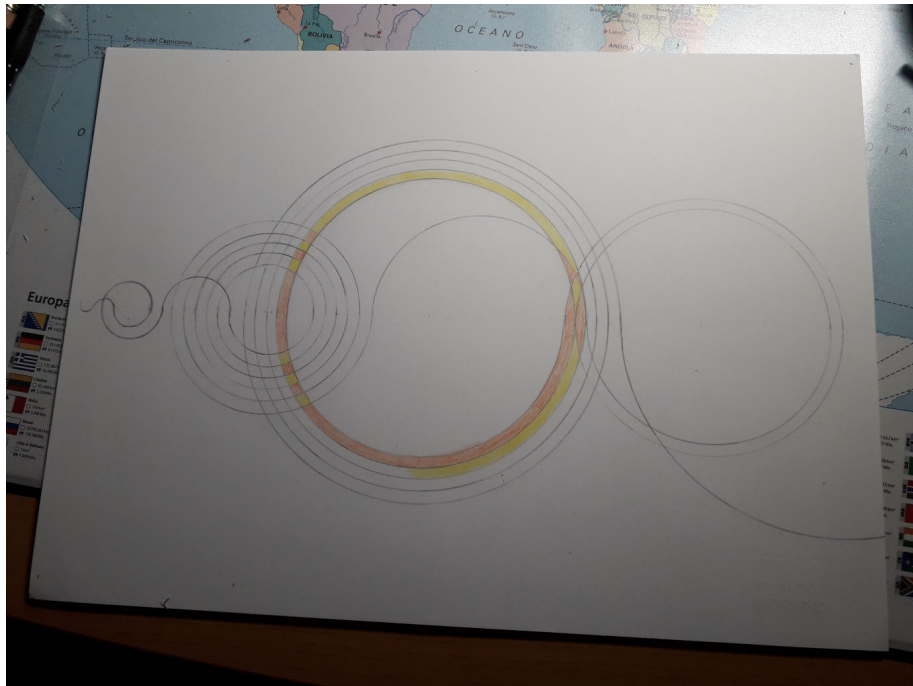
## Attenzione

Ora viene il momento più delicato del disegno: cancellare la linea orizzontale tracciata all'inizio senza rendere meno nitidi gli archi.

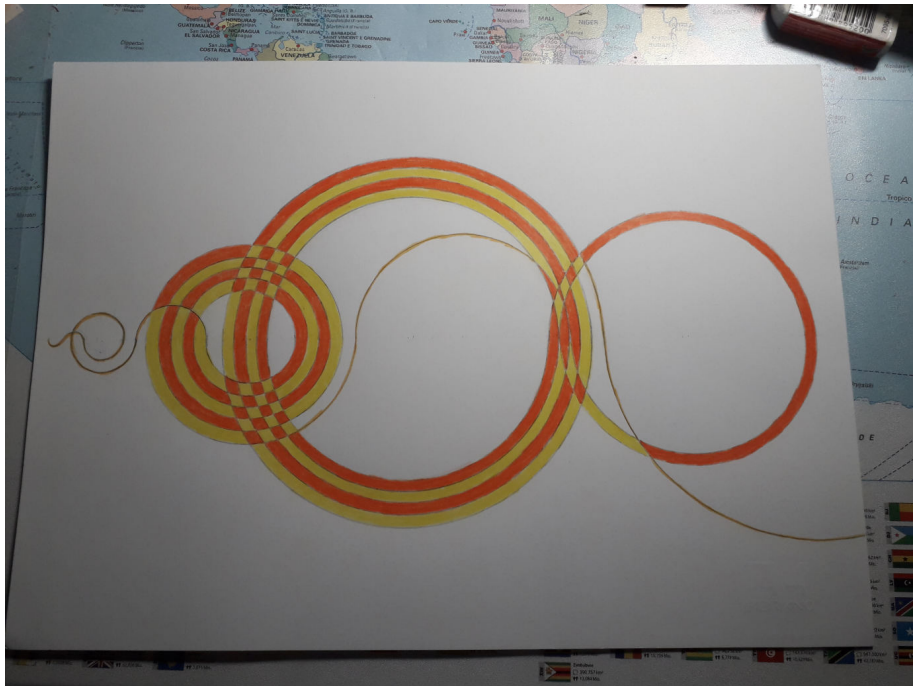


## E ora ci si diverte!

È il momento di sbizzarrirci, colorando il disegno come più ci piace. Si possono usare due colori, ma anche usare un astuccio intero: tutto sta nel risultato che vogliamo ottenere.







# La successione di Recamán

## Breve presentazione

Marianna Driusso

18 aprile 2020

# Vediamo di cosa si tratta...

È una successione di numeri ideata da Bernardo Recamán basata sulla seguente regola:

## Regola

La successione parte dal numero 0, e si procede tramite salti che partono dall'ampiezza 1 e aumentano di una unità ad ogni interazione.

I salti possono essere in avanti o indietro lungo la retta dei numeri naturali. Se un salto indietro porta a un numero già occupato, bisogna avanzare. L'inizio della successione si ottiene quindi:

0 (+ salto di 1)

1 (+ salto di 2)

3 (+ salto di 3)

6 (− salto di 4)

2 ...

La successione sarà quindi: 0,1,3,6,2,7,13,...

# Passaggi per immagini

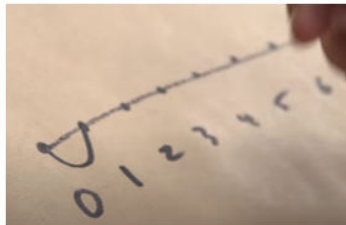


Figura a 0 (+ salto di 1)



Figura b 1 (+ salto di 2)



Figura c 3 (+ salto di 3) e 5 (- salto di 4)

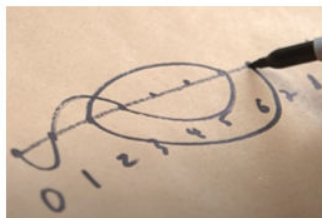
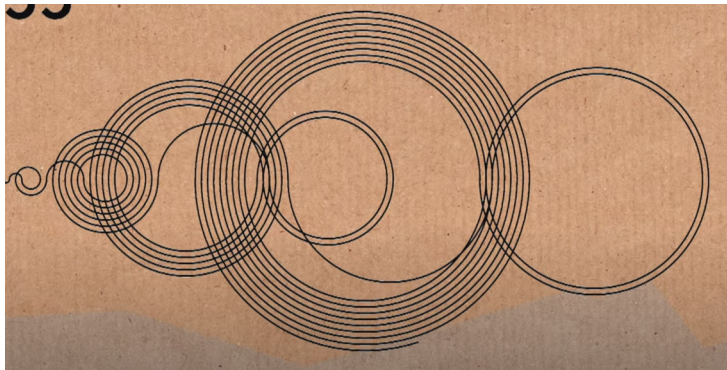
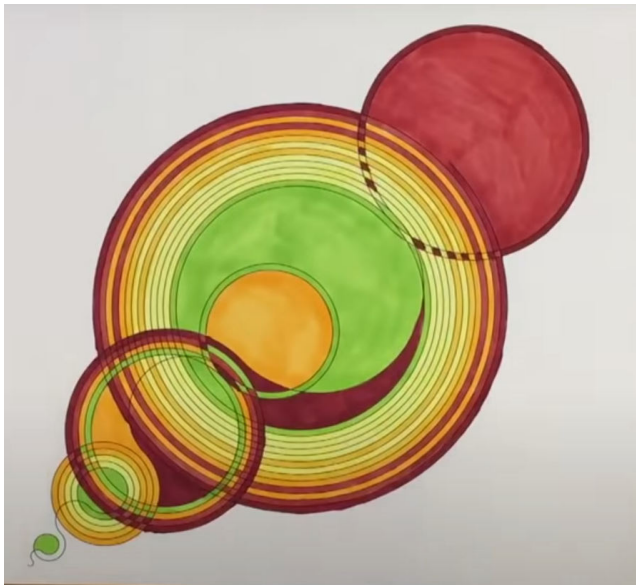


Figura d 2 (+ salto di 5)

# Una immagine di insieme



# Un esempio a colori



# La mia esercitazione



# La sequenza di Recamán

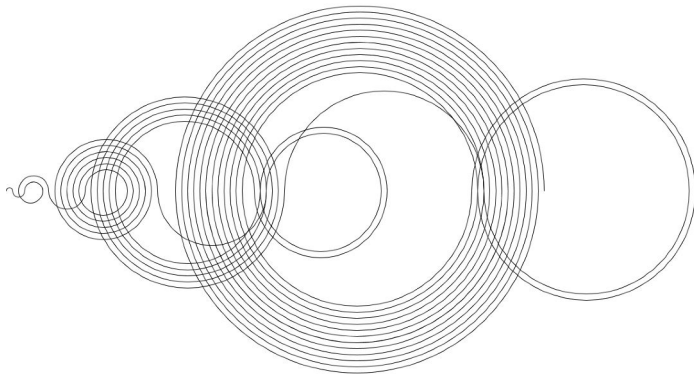
Vittoria Filipuzzi

18 aprile 2020



# La sequenza di Recamán

La sequenza di Recamán è stata inventata nel 1991 da Bernardo Recamán.



# La sequenza di Recamán

In questa sequenza si usa la regola del sottrarre, però se il numero ottenuto è positivo ed è già stato utilizzato, si somma.

## Formula

$a_n = a_{n-1} - n$  se  $a_{n-1} > n$  e  $a_{n-1} - n$  non è già presente nella sequenza

$$a_n = a_{n-1} + n$$

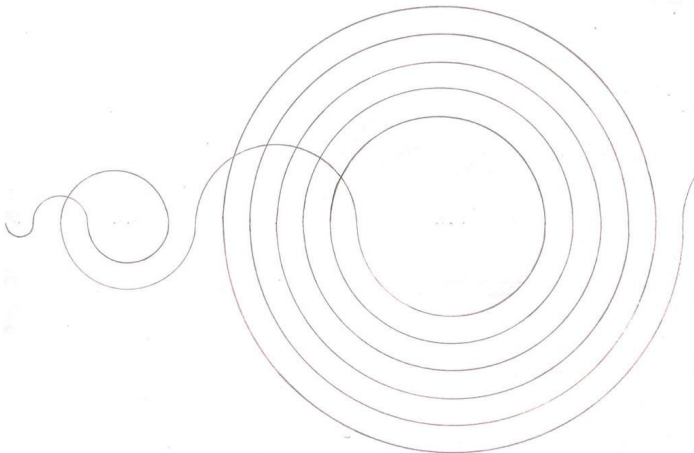
I primi numeri di questa sequenza sono:

0, 1, 3, 6, 2, 7, 13, 20, 12, 21, 11, 22, 10, 23, 9, 24, 8, 25, 43, ...

Non si sa ancora con certezza se questa sequenza abbia una fine o sia infinita.

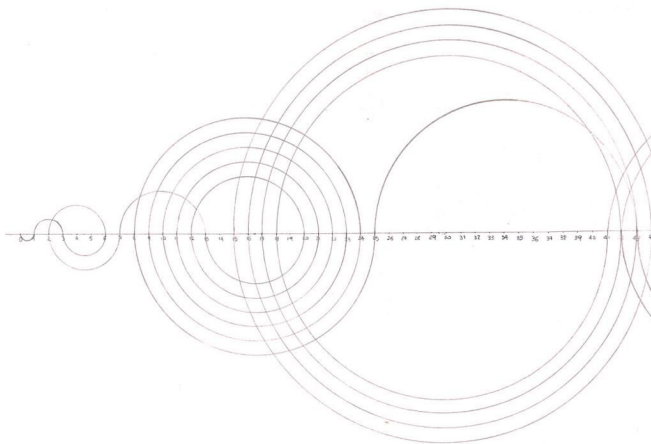
# La sequenza di Recamán

Un esempio.

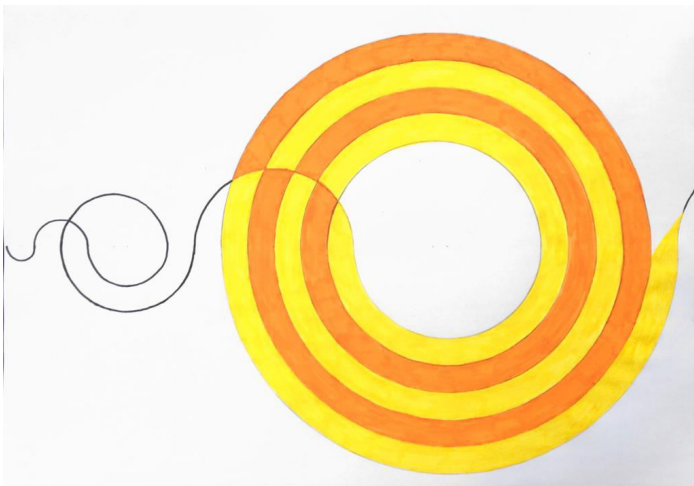


# La sequenza di Recamán

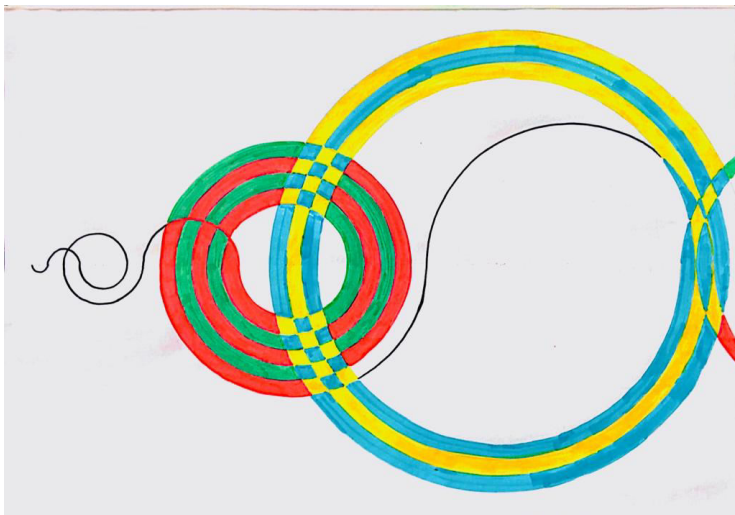
Un altro esempio: la sequenza può essere rappresentata con una linea numerica.



# La sequenza di Recamán



# La sequenza di Recamán



# La successione di Recamán

Francesco Maresca

18 aprile 2020

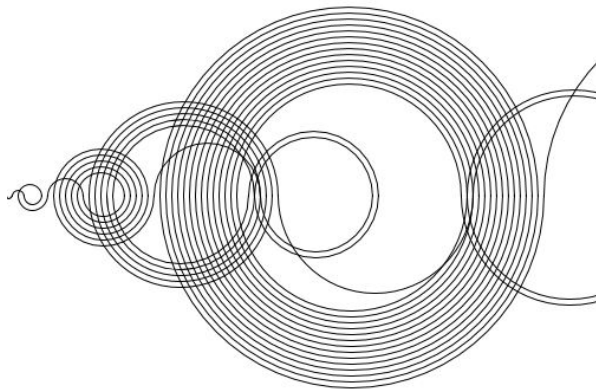
# La successione di Recamán

Tale successione fu inventata nel 1991 dall'omonimo insegnante e matematico: Bernardo Recamán. A quest'ultimo è dovuta la sequenza numerica, che consiste nel sommare cifre progressivamente crescenti o sottrarle solo nel caso in cui tale operazione porti a un numero positivo o a un numero non comparso in precedenza



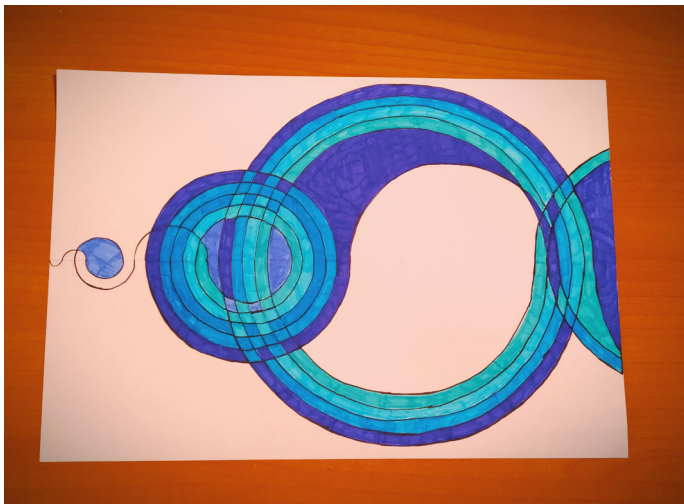
## Altre rappresentazioni della successione

La sequenza può venire rappresentata sia attraverso dei semicerchi alternati disegnati a spirale sia attraverso l'associazione con le note musicali. Qui di seguito si trova un esempio di rappresentazione della successione.



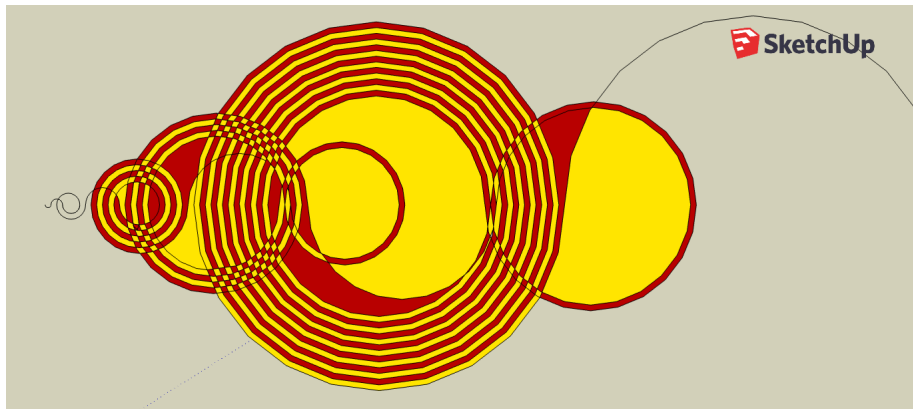
# La mia rappresentazione della successione

Questa è una personale rappresentazione della successione, fatta a mano e poi colorata



# La mia rappresentazione della successione

Questa è un'altra mia rappresentazione, ma fatta con il programma di disegno Sketchup



# La successione di Recamán

## Presentazione

Sara Morson

18 aprile 2020

# Informazioni sull'autore

Recamán Bernardo Santos è un matematico di origine colombiana. È noto soprattutto per la successione che porta il suo nome. Ha studiato matematica presso l'Università di Warwick e ha insegnato come Professore al Collegio San Carlos. Ha scritto molti libri e saggi.

# La successione di Recamán

La successione di Recamán è una successione definita da una relazione di ricorrenza. Esistono due sequenze che possono essere indicate come successione di Recamán:

- ▶ sottrai se possibile, altrimenti aggiungi;
- ▶ dividi se possibile, altrimenti moltiplica .

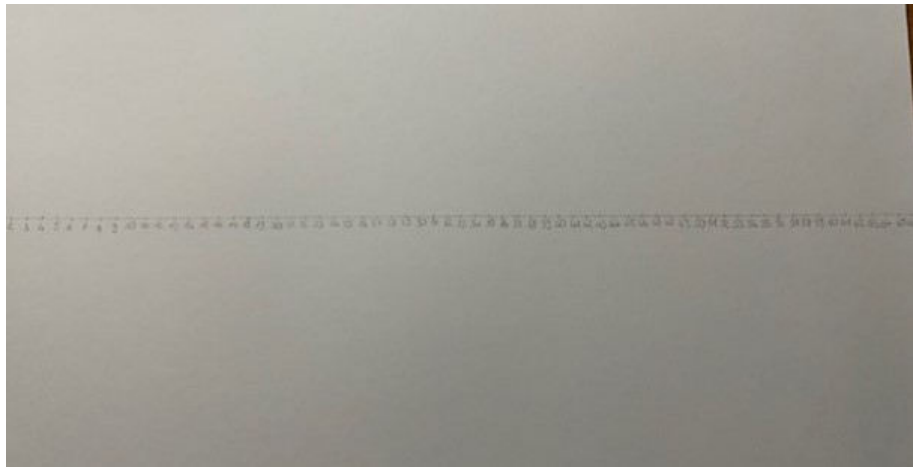
Quella di cui parlerò è la prima.

È una successione di numeri interi non negativi separati da passaggi che possono essere descritti come "sottrai se possibile, altrimenti aggiungi".

# La successione dei numeri

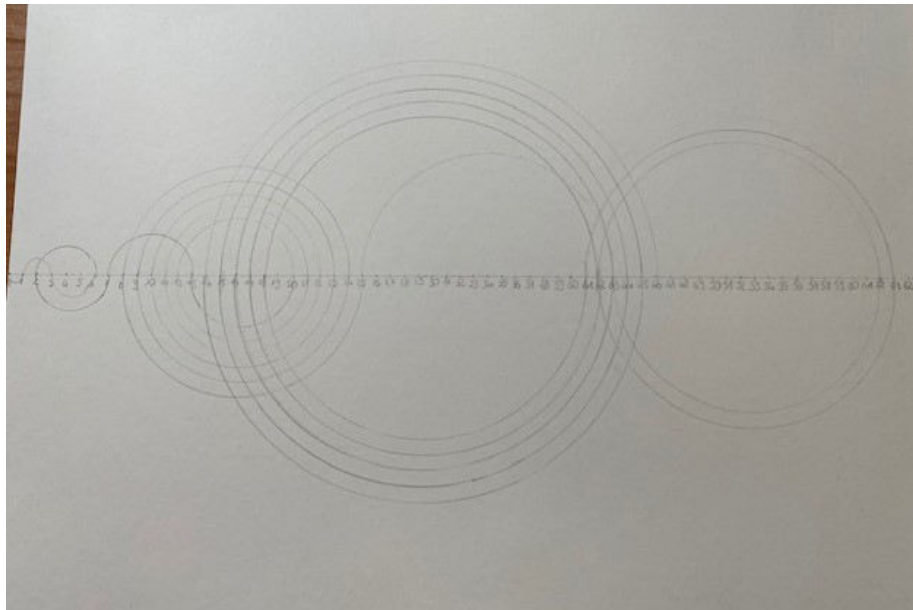
0, 1, 3, 6, 2, 7, 13, 20, 12, 21, 11, 22, 10, 23, 9, 24, 8, 25, 43, 62, 42, 63,  
41, 18, 42, 17, 43, 16, 44, 15, 45, 14, 46, 79, 113, 78, 114, 77, 39, 78,  
38, 79, 37, 80, 36, 81, 35, 82, 34, 83, 33, 84, 32, 85, 31, 86, 30, 87, 29,  
88, 28, 89, 27, 90, 26, 91, 157, 224, 156, 225, 155, ...

# La successione di Recamán, il mio esempio

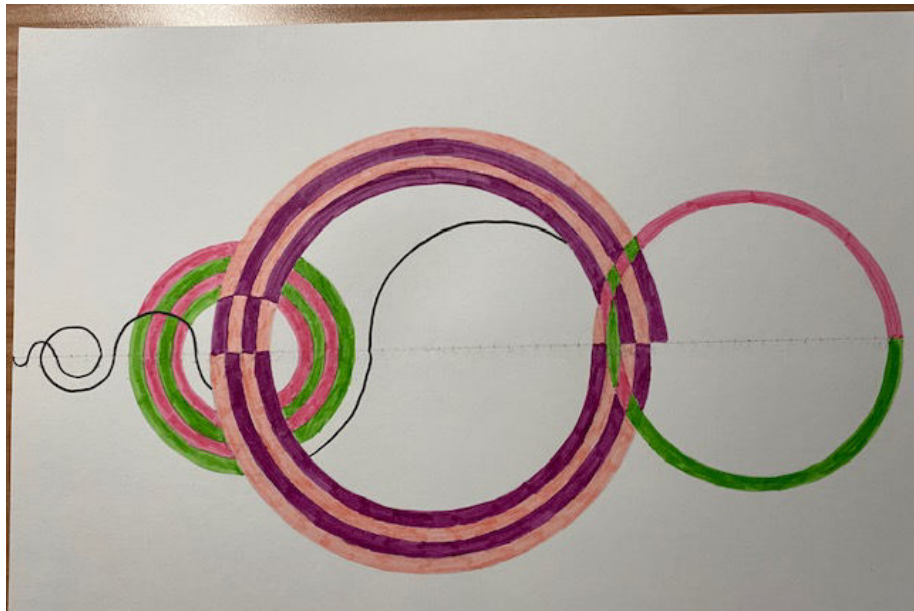




# La successione di Recamán, lo sviluppo



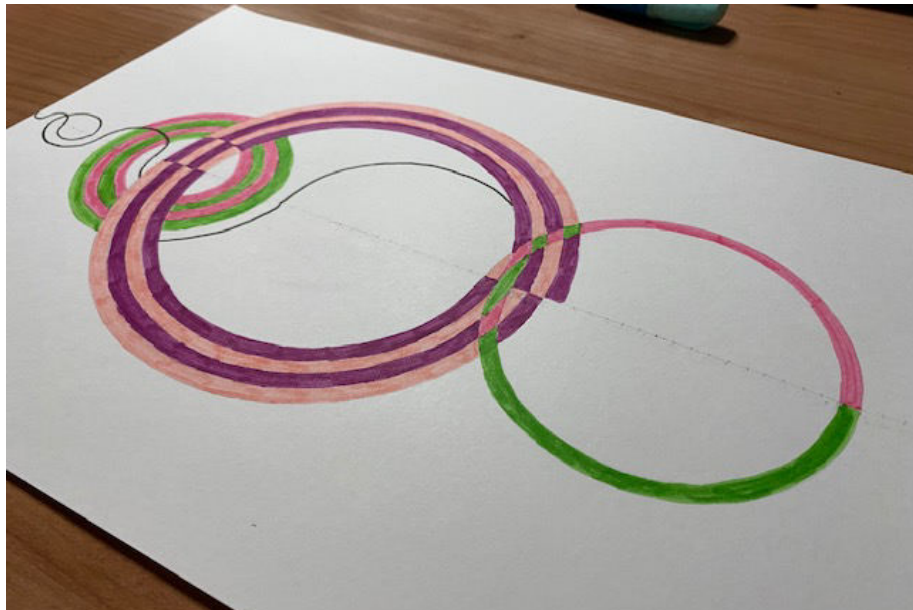
# La successione di Recamán, l'esito



# La successione di Recamán



# La successione di Recamán



# La successione di Recamán

## Presentazione

Xheni Resuli

18 aprile 2020

## Informazioni sull'autore

**Bernardo Recamán** nasce il 5 agosto 1954 in Colombia. Ha studiato al Colegio San Carlos de Bogotá e alla St. Benedict's School, Ealing , Londra. Ha studiato matematica presso l' Università di Warwick. Dopo la sua laurea è tornato come un professore al Collegio San Carlos. Lì rimase per sei anni durante i quali, insieme ai suoi colleghi ha promosso uno sconvolgimento educativo che avrebbe avuto importanti ripercussioni sull'educazione colombiana molto conservatrice. Nominato al Consiglio superiore del Collegio nel 2013, si è dimesso da esso il 30 giugno 2016. Nel 1991 si recò in Swaziland, dove era professore presso il United World College of Southern Africa. Nel gennaio del 2001 è stato nominato Direttore della Qualità del Ministero della Pubblica Istruzione della Colombia e come tale è stato l'architetto del decreto controverso 230 del 2002 sulla la promozione di studenti. È stato professore di matematica presso l'Istituto Alberto Merani fino a novembre 2010.



# Cos'è: è una successione di numeri naturali

**Su cosa si basa:** essa utilizza la regola del sottrarre se possibile e se solo se si ottiene un numero intero positivo che non è già stato usato precedentemente, altrimenti si procede con l'eseguire una somma. Il matematico colombiano infatti ideò una successione definita con una regola semplice: si inizia con  $a_0 = 0$ , poi per calcolare  $a_n$  si prende  $a_{n-1}$  e si sottrae  $n$ , se il risultato è positivo e non già apparso nella successione, altrimenti si somma  $n$ . La successione risultante è: 0, 1, 3, 6, 2, 7, 13, 20... Il grande problema tuttora insoluto posto dalla successione è se contenga tutti i numeri naturali o no: dopo 1025 termini il minimo numero mancante all'appello è 852655.

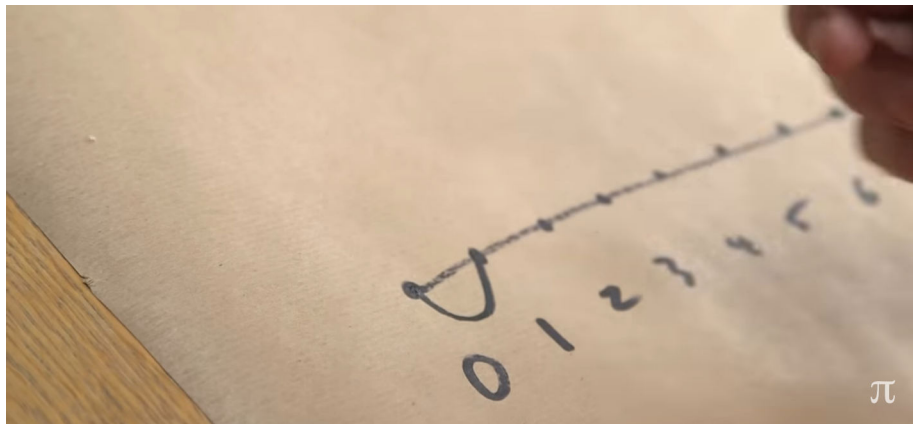


La tabella seguente mostra i numeri di Recamán fino a a 20.

$n$	$a_n$
0	0
1	1
2	3
3	6
4	2
5	7
6	13
7	20
8	12
9	21
10	11
11	22
12	10
13	23
14	9
15	24
16	8
17	25
18	43
19	62
20	42

# Passaggi per poterla realizzare

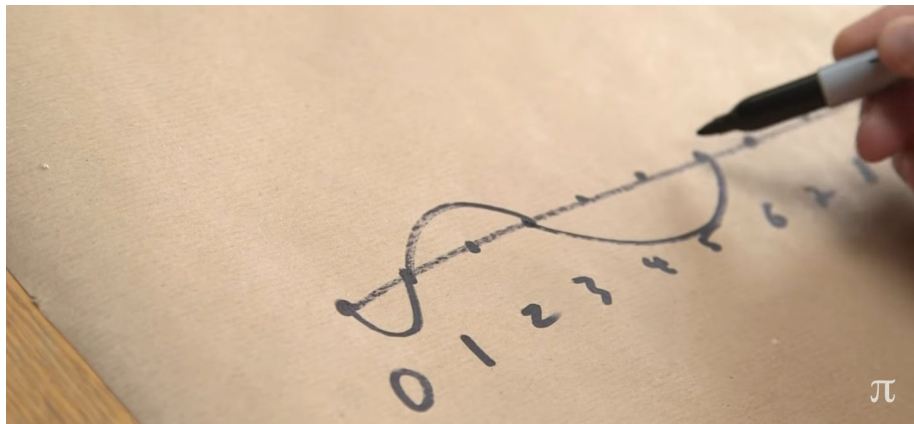
Si aggiunge uno



Si aggiunge 2



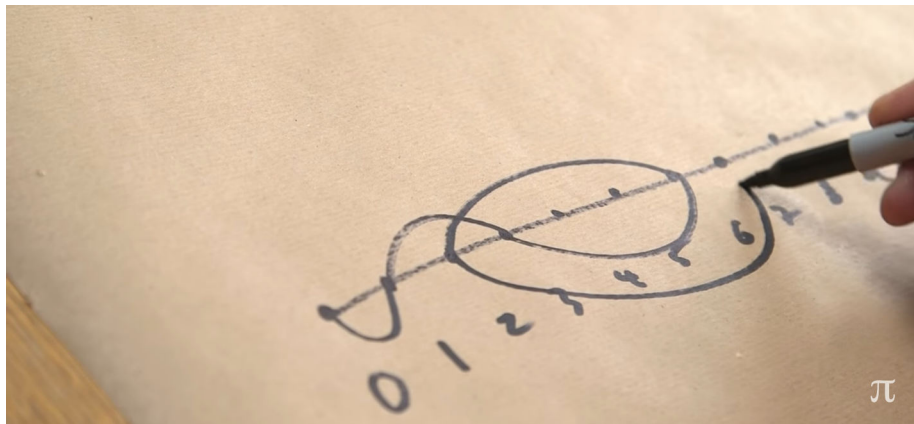
Si aggiunge 3



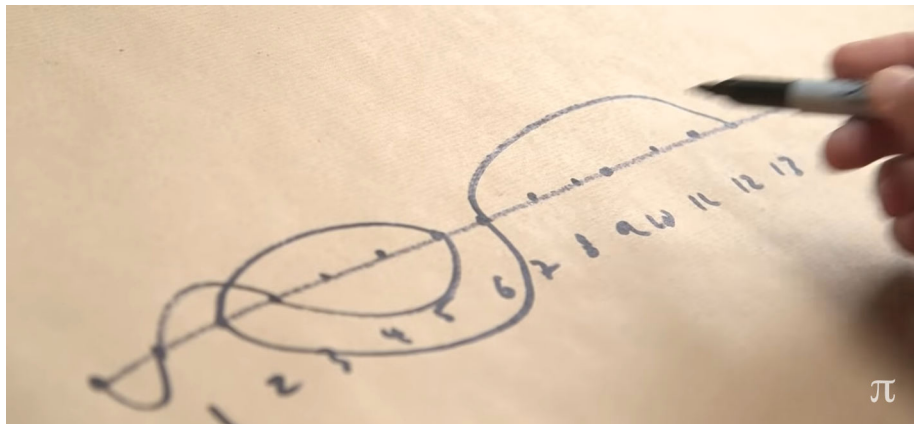
Si sottrae 4



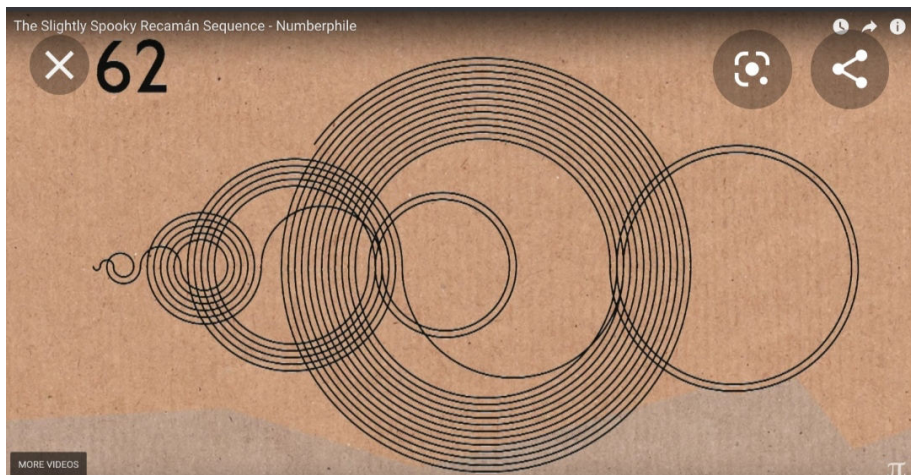
Si aggiunge 5



Si aggiunge 6

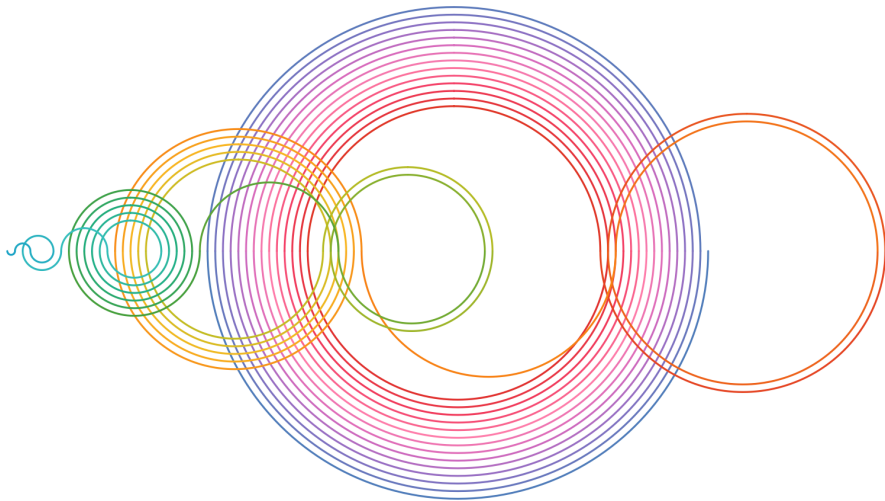


# Lavoro finale





# Esempio di successione colorata di Recamán



# il mio lavoro

